MAXIMES
POUR ARRANGER LE PLUS AVANTAGEUSEMENT LES MACHINES DESTINÉES À ELEVER DE L'EAU PAR LE MOYEN DES POMPES.

PAR M. EULER.

§. I.

Dès qu'on a formé le dessein d'élever de l'eau à une certaine hauteur par le moyen des pompes, la premiere chose, à laquelle il faut avoir égard, sera la nature des forces, dont on veut se servir pour mettre la machine en mouvement. Si l'on a la commodité d'une riviere assés rapide, ce sera sans doute la meilleure occasion qu'on puisse souhaiter, pour en tirer une force perpétuelle qui maintienne sans aucune dépense la machine en action : on tirera le même avantage de petits ruisseaux, s'il s'en trouve, pourvû qu'ils ayent assès de chute pour faire tourner une rouë ; car dans ce cas ce qui manque par rapport à la quantité d'eau, sera récompensé par le plus grand degré de vitesse, dont l'eau frappe les aubes de la rouë. Au défaut d'un courant d'eau, pour mettre la machine en mouvement, on peut se servir de la force du vent; mais cette force est trop variable, pour procurer une action perpétuelle dans la machine. Il ne sera pas donc à propos de recourir à cette force du vent, que lorsqu'elle est capable de fournir dans le réservoir en peu de tems autant d'eau, qui puisse suffire à entretenir la dépense pour un assés long tems, jusqu'à ce que le vent fournisse de nouveau. Si l'on ne craint pas les dépenses pour l'entretien des forces mouvantes, on y peut employer des hommes, ou des che-

chevaux, dont ces derniers ſont capables à ſuppléer à une force aſſés conſidérable d'un courant d'eau, vû qu'un ſeul cheval peut produire le même effet qu'une douzaine d'hommes, qui travaillent de toutes leurs forces. Ce n'eſt pas qu'un cheval exerce actuellement une force 12 fois plus grande qu'un homme, mais puisqu'il eſt capable d'opérer avec une plus grande viteſſe, d'où dépend principalement la quantité de l'effet. On pratique auſſi des machines, qui ſont miſes en mouvement par l'action du feu, mais celles-cy étant d'une diſpoſition toute particuliere, demandent auſſi une diſcuſſion à part, & ne peuvent être miſes au rang de celles dont je viens de parler, & desquelles je me propoſe d'enſeigner la plus avantageuſe conſtruction.

§. II. Ayant fait le choix de la force, dont on veut ſe ſervir pour mettre les pompes en action, ſoit qu'on y veuïlle employer des hommes ou des chevaux, ou d'un courant d'eau, ou le vent, il faut avant toutes choſes fixer la viteſſe, avec laquelle cette force doit agir. Car, comme j'ai fait voir dans mes Pieces précédentes ſur cette matiere, il y a toujours un certain degré de viteſſe, avec laquelle, ſi la force agit, elle produit le plus grand effet, de ſorte que ſi la même force agiſſoit ou avec une plus grande viteſſe, ou avec une plus petite, l'effet ſeroit toujours moindre, & la quantité d'eau élevée au lieu deſtiné ſeroit plus petite. Il eſt donc de la derniere importance de connoître bien ce degré de viteſſe, qui convient le mieux à la nature de la force, dont on veut ſe ſervir, pour en tirer le plus grand profit : & pour cet effet on comprend aiſément, que toute la machine doit être diſpoſée ainſi, que la force y étant appliquée, puiſſe agir avec ce degré de viteſſe, ce qui ſera le ſujet des régles ſuivantes, qui regarderont plus particulierement la conſtruction des pompes, & de toutes les parties de la machine; après que j'aurai indiqué le plus avantageux degré de viteſſe, qui convient à chaque eſpece de force, qu'on veut employer pour mettre la machine en mouvement.

MA-

MAXIME I.

§. III. *Si l'on veut employer des hommes pour mettre la machine en mouvement, il faut que la viteſſe de chacun ſoit de 2 pieds par ſeconde.*

Si donc les hommes appliquent leurs forces à faire tourner une rouë, on connoîtra d'abord le tems, que cette rouë doit mettre à achever ſes tours. Car, poſant le rayon de la rouë $= r$ pieds, à l'extrémité duquel la force des hommes eſt appliquée, & que $1 : \pi$ ſoit le rapport du diametre à la circonférence d'un cercle, le chemin des hommes pendant un tour de la rouë ſera $2\pi r$ pieds, qui par conſéquent doit être parcouru en πr ſecondes. Or la valeur de π étant $= 3{,}14159$ la table cy-jointe montrera pour chaque longueur du rayon de la rouë, à l'extrémité duquel la force des hommes eſt appliquée, le tems d'une révolution de cette rouë.

Rayon de la roüe en pieds.	Tems d'une révolution en ſecondes.	Rayon de la roüe en pieds.	Tems d'une révolution en ſecondes.
1	3	11	$34\frac{1}{2}$
2	$6\frac{1}{4}$	12	$37\frac{3}{4}$
3	$9\frac{1}{2}$	13	$40\frac{3}{4}$
4	$12\frac{1}{2}$	14	44
5	$15\frac{3}{4}$	15	47
6	$18\frac{3}{4}$	16	$50\frac{1}{4}$
7	22	17	$53\frac{1}{2}$
8	25	18	$56\frac{1}{2}$
9	$28\frac{1}{4}$	19	$59\frac{3}{4}$
10	$31\frac{1}{2}$	20	$62\frac{3}{4}$

MAXIME II.

§. IV. *Si l'on veut employer des chevaux pour mettre la machine en mouvement, leur action sera la plus grande, quand on sera parcourir à chacun un chemin de 4 pieds par secondes.*

Donc la vitesse la plus avantageuse d'un cheval étant le double de celle d'un homme, si l'on attele les chevaux aux rayons d'une rouë, ils la feront tourner dans la moitié du tems : de sorte que posant le rayon de la rouë $= r$ pieds, à l'extrémité duquel la force des chevaux est appliquée, le tems d'une révolution de cette rouë doit être de $\frac{1}{2}\pi r$ secondes, d'où l'on pourra construire une pareille table, qui montre le tems d'une révolution de la rouë, pour chaque nombre de pieds, que contient le rayon.

Rayon de la roüe en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.	Rayon de la roüe en pieds.	Tems d'une révolution en secondes.
10	15¾	30	47
12	18¾	32	50¼
14	22	34	53½
16	25	36	56½
18	28¼	38	59²⁄₄
20	31½	40	62¾
22	34½	42	66
24	37¾	44	69
26	40¾	46	72¼
28	44	48	75½
30	47	50	78½

§. V. Comme la force des hommes & des chevaux est trop variable, & partant non susceptible d'une mesure exacte, on ne peut pas

pas ſoutenir que les déterminations, que je viens d'établir, ſoient vrayes à la rigueur. Elles ſont déduites du travail, que des hommes & des chevaux, lorsqu'ils ſe trouvent dans un bon état, peuvent ſoutenir quelque tems ſans ſe trop fatiguer, & par là on comprend aiſément que les circonſtances peuvent tellement varier, que les déterminations données en devroient ſouffrir des changemens fort conſidérables. Auſſi ne les ai-je rapportées que comme approchantes de la vérité, & pour avoir quelque fondement, qui puiſſe ſervir à y établir les déterminations ſuivantes. Il n'en eſt pas de même de la force de l'eau & du vent, qui ne renfermant rien de volontaire, eſt ſuſceptible de déterminations plus préciſes, desquelles il ne ſera jamais à propos de s'écarter conſidérablement.

MAXIME III.

§. VI. *Si l'on veut ſe ſervir d'un courant d'eau pour mettre par ſon impulſion la machine en mouvement, il faut que la viteſſe des parties, qui en ſont immédiatement frappées, ſoit le tiers de la viteſſe abſoluë de l'eau.*

On ſe ſert ordinairement des rouës à aubes, qui reçoivent l'impulſion de l'eau, & comme ces aubes ont une étenduë conſidérable, dont chaque point à raiſon de ſon éloignement de l'axe de la rouë reçoit une viteſſe particuliere, on conſidére ſur les aubes un milieu, auquel comme dans un centre ſe réünit toute la force de l'impuſion. Ce ſera donc ce centre des aubes, dont la viteſſe doit être le tiers de celle du courant d'eau, qui vient frapper contre les aubes. Ainſi ſachant la viteſſe de l'eau, & la diſtance du centre des aubes à l'axe de la rouë, on en déterminera le tems, que la rouë doit mettre à achever ſes révolutions. Car, poſant la viteſſe du courant d'eau de c pieds par ſeconde, & le rayon de la rouë, ou plutôt la diſtance du centre des aubes à l'axe de la rouë $= r$ pieds, la circonference du cercle ſera $= 2\pi r$ pieds; & comme chaque point de cette circonference doit parcou-

 rir

rir $\frac{1}{3}e$ pieds par ſeconde, la circonference entiere ſera décrite en $\frac{6\pi r}{e}$ ſecondes, & ce ſera le tems d'une révolution de la rouë. Par conſéquent à cauſe de $\pi = 3,14159$ chaque révolution de la rouë ſe doit achever en $\frac{18,\ 85\ r}{e}$ ſecondes: ce tems ſera donc toujours, comme le rayon de la rouë diviſé par la viteſſe du courant.

§, VII. Lorsqu'on ſe ſert d'un moulin à vent pour mettre la machine en mouvement, il y a auſſi un certain degré de viteſſe dont les ailes doivent tourner, afin que l'effet devienne le plus grand qu'il eſt poſſible; mais ce degré de viteſſe dépend non ſeulement de celle du vent & de la longueur des ailes, mais encore outre cela de l'angle, que la ſurface des ailes forme avec la direction du vent, ou avec l'axe autour duquel les ailes tournent, puisqu'il faut toujours, que l'axe ſoit exactement dirigé vers le vent. On met ordinairement cet angle de 54°, 45′, & c'eſt en effet celui, où l'impulſion du vent devient la plus forte, tandis que les ailes ſont en repos. Mais, dès qu'elles ſe trouvent elles mêmes en mouvement, & qu'elles échapent en quelque maniere à l'impulſion du vent, la choſe n'eſt plus la même, & on trouve qu'un plus grand angle produit un meilleur effet; il y a même en France des machines à vent, où cet angle eſt augmenté jusqu'à 72 degrés. Cependant il n'eſt pas poſſible de définir en général la plus avantageuſe quantité de cet angle, mais il faut avoir égard à l'opération toute entiere de la machine pour déterminer cet angle avec plus de préciſion. Je remarque ſeulement, que pour la pluspart, cet angle ſe trouve bien au delà de 60°, & qu'il peut monter même presque jusqu'à 80° ce qu'il faut entendre des extrémités des ailes; car il eſt toujours bon que près de l'axe même cette inclinaiſon ne ſurpaſſe pas ſenſiblement 54°, 45′, de ſorte qu'il ſeroit avantageux de changer cet angle par la longueur des ailes, & de l'augmenter de plus en plus vers leurs extrémités. Mais avant que cette variabilité ſoit bien établie, je ſuppoſerai cet angle

le

le même par toute la longueur des ailes, que je marquerai par la lettre Φ, dont la valeur sera connuë dans toutes les machines actuellement exécutées.

MAXIME IV.

§. VIII. *Pour qu'un moulin à vent produise le plus grand effet, il faut régler son mouvement en sorte, que la vitesse de l'extrémité de ses ailes soit à la vitesse absoluë du vent, à peu près comme la moitié de la tangente de l'angle, sous lequel le vent frappe les ailes, au sinus total.*

Posant la vitesse du vent $= e$, en sorte que e marque l'espace que le vent parcourt en une seconde, j'ai trouvé dans mes recherches précédentes, que la vitesse des ailes à leur extrémité doit être $= \frac{8-\sqrt{10}}{9} e \text{ tang } \Phi = 0{,}537525\, e \text{ tang } \Phi$, ce qui ne differe pas sensiblement de $\frac{1}{2} e \text{ tang } \Phi$. Pour en déterminer le tems d'une révolution entiere des ailes, il faut considérer leur longueur que j'ai nommée $= f$; & la circonference décrite de ce rayon sera $= 2\pi f$, ce qui est le chemin, que les extrémités des ailes doivent parcourir dans une révolution avec leur vitesse de $0{,}537525\, e \text{ tang } \Phi$ par seconde. Donc le tems d'une révolution des ailes du moulin à vent sera $= \frac{\pi f}{0{,}268762\, e \text{ tang } \Phi}$ secondes, ou bien de $\frac{11{,}6892 f}{e \text{ tang } \Phi}$ secondes, d'où l'on voit que plus l'angle Φ, sous lequel le vent frappe les ailes, sera grand, plus aussi vite doit être le mouvement des ailes. Il en est de même, plus la vitesse du vent e sera grande, & partant si le vent devient ou plus fort ou plus foible, il faut que le mouvement des ailes augmente ou diminuë dans la même raison. De là il s'ensuit, que si l'on met l'angle Φ de $54^\circ, 45'$, le tems d'une révolution des ailes sera $= \frac{8{,}261 f}{e}$ secondes. Or si cet angle étoit de 72°, le tems d'une

ré-

révolution des ailes devroit être $= \frac{3,798 f}{e}$ secondes; ou le mouvement du moulin devroit être plus de deux fois autant rapide que dans le cas précédent. Cependant il ne s'ensuit pas de là, que l'effet sera le double, car pour que la machine puisse marcher si vite, il en faut diminuer les obstacles, que la force a à surmonter; ce qui sera mieux éclairci dans la suite.

§. IX. Ayant réglé le plus avantageusement la vitesse, dont la force qu'on aura choisie, doit agir, il en faut en second lieu considérer la quantité, pour estimer la quantité d'eau, qui en pourra être élevée jusqu'au réservoir dans un tems donné. Par là on sera d'abord en état de connoitre, si cette quantité d'eau élevée sera suffisante pour fournir à la dépense, qu'on se sera proposée, ou on en pourra modérer la dépense même. Si l'on se sert d'hommes ou de chevaux, ce sera leur nombre, qui détermine la quantité de la force, puisque la force de chacun est regardée comme connuë, & est déjà introduite dans les formules suivantes. Pour ce qui regarde la force de l'eau, elle dépend premièrement de la vitesse, dont elle vient frapper sur les aubes, supposé que la rouë soit encore en repos, puisqu'il s'agit ici de la vitesse absoluë de l'eau; en second lieu, cette force dépend de la surface des aubes, qui en reçoit les impulsions: or la surface est déterminée par leur largeur & leur hauteur, en cas que l'aube tout entiere soit frappée par l'eau. Mais quand ce n'est qu'un trait d'eau, qui choque contre les aubes, sans en remplir toute la surface, on ne doit prendre que la largeur de ce trait au lieu de celle des aubes. Cependant dans ce cas, puisque l'eau est réfléchie, & qu'elle découle sur les aubes vers les côtés, elle y exerce encore une force particuliere, dont l'effet de l'impulsion sera augmenté, & l'expérience jointe à la théorie a fait voir, que dans ces cas la force est presque double, de sorte qu'il faut prendre le double de la section du fil d'eau pour ce qui répond dans ce cas à la surface des aubes, pourvû qu'elles soient assés larges, pour recevoir ce sup-

ſupplément de force. Car ſi les aubes n'étoient pas plus larges, que le fil ou trait d'eau, on ne devroit prendre que la ſimple ſection, tout comme dans le premier cas, où l'aube tout entiere eſt frappée par l'eau. La force du vent ſur les ailes d'un moulin ſe détermine premièrement par leur nombre, qui eſt ordinairement de quatre, & de la longueur & largeur de chaque aile : mais enſuite auſſi de la viteſſe du vent. De plus il entre auſſi dans cette détermination l'angle, dont la ſurface des ailes eſt inclinée par rapport à l'axe, qui eſt celui ſous lequel le vent y frappe : mais je ſuppoſe ici, qu'en chaque cas cet angle eſt déjà déterminé.

§. X. Comment cette quantité de la force mouvante doit entrer dans le calcul, cela deviendra plus clair par ce que je dirai de la plus grande quantité d'eau, que la force ſera capable d'élever à une hauteur donnée. J'entends par cette plus grande quantité d'eau, celle qui ſeroit élevée effectivement, ſi la machine étoit dans ſon dernier degré de perfection, & qu'elle fût délivrée entierement du frottement & de tous les autres obſtacles, qui en diminuent l'effet. Ce n'eſt donc pas, qu'on puiſſe jamais eſpérer d'élever actuellement cette quantité d'eau, que je nomme la plus grande, par une force propoſée, mais cette détermination ſervira à nous faire connoitre l'effet du plus haut degré de perfection, & on ſera en état de juger par le déchet, qui ſe trouvera actuellement dans une machine, combien elle eſt encore éloignée du plus haut degré de perfection : on comprendra auſſi, que plus la quantité d'eau élevée à une hauteur donnée par une machine propoſée, approchera de la plus grande quantité poſſible, moins auſſi cette machine ſera éloignée du plus haut degré de perfection dont elle eſt ſuſceptible. Je déterminerai donc cette plus grande quantité d'eau pour chaque eſpece de forces, dont on voudra ſe ſervir à mettre en mouvement la machine, & enſuite je détaillerai les régles, à l'aide deſquelles on pourra approcher autant qu'il ſera poſſible, de la plus grande quantité d'eau ; c'eſt à dire ces régles aboutiront à porter la

 machine

machine au plus haut degré de perfection, dont elle est susceptible. Il faut donc regarder la plus grande quantité, que j'assignerai pour chaque force, comme l'asymptote d'une courbe, qu'on ne sauroit jamais atteindre, & encore moins surpasser, mais de laquelle on tâchera d'approcher autant qu'il sera possible. J'exprimerai cette quantité d'eau par le nombre des pieds cubiques, qui seront élevés pendant une heure, & pour cet effet je marquerai toutes les autres mesures en pieds: car on ne pourra donner une mesure plus claire de cette quantité, laquelle semble aussi de beaucoup préférable à celle des pouces, dont les Auteurs hydrauliques se servent ordinairement: cependant il est aisé de réduire l'une à l'autre, en remarquant qu'un pouce d'eau fournit 24 pieds cubiques par heure.

MAXIME V.

§. II. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qu'un certain nombre d'hommes sera capable d'élever dans une heure à une hauteur donnée, on n'a qu'à multiplier le nombre des hommes par 2700, & à diviser le produit par la hauteur exprimée en pieds: le quotient donnera la quantité d'eau cherchée en pieds cubiques.*

Si nous posons le nombre des hommes, qu'on veut appliquer à la machine $= m$, la hauteur du réservoir au dessus de l'eau, où l'on puise $= g$ pieds, la quantité d'eau qui y sera fournie par heure sera $= \frac{2700m}{g}$ pieds cubiquss; supposé que la machine se trouve dans sa plus grande perfection, qu'on ne sauroit jamais atteindre dans la pratique. Ainsi la quantité d'eau qui sera actuellement poussée à la hauteur g par m hommes, sera toujours moindre que $\frac{2700m}{g}$ pieds cubiques par heure: & la machine sera d'autant plus parfaite, plus on approchera de cette quantité. Donc, faisant abstraction de tous les obstacles, dont il est impossible de dégager les machines, il semble qu'un

qu'un ſeul homme feroit capable d'élever 2700 pieds cubiques d'eau à la hauteur d'un pied pendant une heure, ce qui paroitra contraire à l'expérience, & cela avec raiſon. Mais il faut ſe ſouvenir que dans le calcul, d'où cette détermination découle, j'ai ſuppoſé expreſſément, que la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, eſt incomparablement plus grande que la hauteur des pompes ou que la levée des piſtons. D'où il s'enſuit, que cette régle que je viens de donner ne peut avoir lieu, que lorsque la hauteur g eſt fort grande par rapport au jeu des piſtons: donc, ſi la hauteur d'un pied n'a pas cette propriété, on ne doit pas être ſurpris, que la concluſion eſt étrange. Cependant ſi l'on conſtruiſoit les pompes en ſorte, que le jeu de leurs piſtons ſeroit extrèmement petit, comme d'un pouce ou d'un demi, il n'y a aucun doute, que l'expérience ne fut aſſez bien d'accord avec la Théorie; ſurtout ſi l'on conſidére, que la quantité d'eau indiquée eſt la plus grande poſſible, & que le déchet cauſé par les imperfections de la machine eſt d'autant plus conſidérable, plus la hauteur du réſervoir ſera petite; puisque le frottement eſt presque le même, tant pour les grandes hauteurs que pour les petites.

MAXIME VI.

§. XII. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau qu'un certain nombre de chevaux eſt capable d'élever à une hauteur donnée par heure, on n'a qu'à multiplier le nombre des chevaux par 36000, & à diviſer le produit par la hauteur donnée en pieds: le quotient exprimera la quantité cherchée d'eau en pieds cubiques.*

Donc ſi m marque le nombre des chevaux, qu'on veut mettre en œuvre, & g la hauteur du réſervoir au deſſus du niveau d'eau d'où les pompes puiſent, de ſorte que g ſoit exprimée en pieds, la plus grande quantité d'eau élevée par heure ſera de $\frac{36000m}{g}$ pieds cubiques: ou diviſant ce nombre par 24 on ſaura que cette quantité d'eau

élevée contient $\frac{1500m}{g}$ pouces d'eau, ſelon les meſures reçuës parmi les Ecrivains hydrauliques. Si nous comparons cette quantité d'eau avec celle qu'un pareil nombre d'hommes eſt capable d'élever par heure à la même hauteur, nous trouverons le rapport comme 40 à 3, deſorte que 3 chevaux ſont capables de produire le même effet que 40 hommes, ou un cheval vaut plus que 13 hommes. Car on compte ordinairement que, ſans avoir égard à la viteſſe, la force d'un cheval vaut celle de 7 hommes; & puiſqu'un cheval peut agir avec une double viteſſe le moment de ſon action en devient à peu près 14 fois plus grand. On jugera par là aiſément combien d'hommes ou de chevaux doivent être employés pour élever une quantité d'eau propoſée à une hauteur donnée par heure: comme ſi l'on vouloit élever à une hauteur de 100 pieds, mille pieds cubiques d'eau par heure, en employant des hommes, il faudra égaler $\frac{2700m}{100}$ à 1000, d'où l'on tire le nombre d'hommes requis pour cela $m = \frac{1000}{27} = 37$ à la force deſquels ſera à peu près équivalente celle de 3 chevaux. Cette force ſeroit ſuffiſante, ſi la machine, dont on ſe ſert, étoit dans ſon plus haut degré de perfection; mais comme il eſt impoſſible d'arriver jamais à ce point, on voit bien qu'il faut augmenter la force trouvée pour élever en effet autant d'eau qu'on ſouhaite; & cette augmentation doit être d'autant plus grande, plus la machine, qu'on conſtruira, ſera encore éloignée du dernier degré de perfection.

MAXIME VII.

§. XIII. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qu'une rouë frappée par un courant d'eau eſt capable d'élever à une hauteur donnée par heure: il faut multiplier la ſurface d'une de ſes aubes par le cube de la viteſſe abſoluë de l'eau, & outre cela par le nombre* $8\frac{1}{2}$: *le produit*

duit étant divisé par la hauteur du réservoir donnera la quantité d'eau élevée par heure exprimée en pieds cubiques; supposé que la vitesse de l'eau soit exprimée par le nombre de pieds qu'elle parcourt par seconde, & que tant la hauteur du réservoir, que la surface de l'aube, soit aussi donnée en pieds.

Posant la largeur de la rouë ou celle des aubes $= f$ pieds, & la hauteur de chaque aube $= h$ pieds, la surface d'une aube sera de fh pieds quarrès: soit outre cela e l'espace, que le courant d'eau parcourt par seconde avec sa vitesse absoluë dont elle rencontre la rouë; & que la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée soit de g pieds. Cela posé, la plus grande quantité d'eau, qui pourra être élevée par heure sera de $\frac{128}{15} \cdot \frac{e^3 fh}{g}$ pieds cubiques, où le coëfficient $\frac{128}{15}$ est à peu près $8\frac{1}{2}$. Je suppose ici, comme il arrive ordinairement, que ce n'est qu'une seule aube qui reçoit à la fois l'impulsion complete de l'eau, ou perpendiculairement: or si l'eau frappe à la fois sur plusieurs aubes, il faut réduire la force de l'impulsion à celle qu'elle exerçoit en frappant perpendiculairement une seule aube, & en chercher la surface convenable, pour la mettre à la place de fh. Or si la rouë est poussée par le courant d'une riviere cette réduction n'a guères lieu, puisque ce n'est alors qu'une seule aube qui en reçoit à la fois l'impulsion complete de l'eau. Mais si la rouë n'est mise en mouvement que par un trait d'eau, qui tombe ou choque contre ses aubes, alors, comme j'ai déjà remarqué, il faut prendre pour fh, non tant la largeur des aubes, que celle du trait d'eau qui les frappe sans les remplir; & dans ce cas si les aubes sont assès larges, on pourra prendre pour fh le double de la section du trait d'eau à cause de l'augmentation de la force, comme j'ai montré cy-dessus.

§. XIV. Il est ici fort important de remarquer que la quantité d'eau élevée est comme le cube de la vitesse de l'eau, de sorte que si la vitesse du courant devenoit deux fois plus grande, on seroit capa-

 ble

ble d'élever une octuple quantité d'eau, & une vitesse triple en fourniroit une quantité 27 fois plus grande. D'où l'on voit qu'il est toujours de la derniere importance de procurer à l'eau la plus grande vitesse qu'il est possible, dans l'endroit où elle frappe les aubes. Or il y a deux moyens d'arriver à ce but: le premier est de rétrécir autant qu'il est possible, le lit de la riviere à l'endroit où l'on veut pratiquer la rouë, afin que la quantité d'eau qui doit passer par là, soit obligée de passer avec d'autant plus de vitesse. Le second moyen est de conduire depuis une longue distance l'eau par un canal horizontal jusqu'à la rouë, pour lui donner subitement toute la chûte, qu'elle auroit acquise par tout cet intervalle. De là on comprend qu'il sera toujours avantageux de conduire l'eau en sorte, qu'elle frappe les plus basses aubes de la rouë, puisque plus la profondeur, à laquelle on peut conduire l'eau est grande, plus aussi elle acquerra de vitesse. Or, quoiqu'on n'ait pas de l'eau en abondance, & que la largeur du trait, qui choque contre les aubes, devienne plus mince, plus il acquiert de vitesse, de sorte que la section que donne alors la valeur de fh, diminuë en raison de la vitesse, la quantité d'eau qui en sera élevée, croitra pourtant encore en raison quarrée de la vitesse, de sorte que le profit sera néanmoins très considérable. Lorsque la chûte de l'eau est assés grande, on la fait tomber sur les aubes, qui se trouvent au milieu de la rouë, & qui sont creuses, pour que l'eau y puisse séjourner, & contribuer par son propre poids au mouvement de la rouë. Mais, quoique par-ce moyen la force acquerre quelque augmentation, il sera souvent douteux, si l'augmentation ne seroit pas plus gande, si l'on conduisoit l'eau jusqu'au fonds de la rouë, pour y faire frapper les aubes avec plus de vitesse, sans que son poids contribuë quelque chose à faire tourner la rouë. Cela sera du moins toujours plus avantageux, si la rouë est fort haute, vû qu'on pourroit procurer alors à l'eau une beaucoup plus grande vitesse, en la conduisant jusqu'aux aubes les plus basses.

§. XV.

§. XV. Puisque fh marque la furface des aubes, & e la viteffe de l'eau, ou l'efpace qu'elle parcourt par feconde, le volume efh, exprimera la quantité d'eau qui frappe la rouë pendant une feconde, & partant $3600\,efh$ marque la quantité d'eau, qui découle fous la rouë pendant une heure, & laquelle eft uniquement employée à faire tourner la rouë : Donc la quantité d'eau qui fait tourner la rouë, eft à la quantité d'eau, qui peut être élevée par cette action à la hauteur g comme $3600\,efh$ à $\frac{128}{15}\cdot\frac{e^3fh}{g}$, c'eft à dire comme 1 à $\frac{8}{3375}\cdot\frac{ee}{g}$. Soit k la hauteur, de laquelle l'eau en tombant pourroit acquérir fa viteffe e, de forte que k marque la chute de l'eau, & il fera $ee = 62\frac{1}{2}k$. Donc la quantité d'eau qui fait tourner la rouë avec la viteffe e duë à la hauteur k, fera à la quantité d'eau qui fera élevée par ce moyen à la hauteur g, comme 1 à $\frac{4k}{27g}$. Et partant fi l'eau, qui fait tourner la rouë, tombe de la même hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée par les pompes, la quantité d'eau qui fera tourner la rouë fera à la quantité d'eau refoulée à la même hauteur comme 1 à $\frac{4}{27}$, ou l'eau qui tombe de cette hauteur étant toute employée à faire jouër la machine, ne fera capable d'élever à la même hauteur qu'environ fa feptième partie, & cela même quand la machine fe trouveroit dans fon dernier degré de perfection. D'où l'on peut juger combien les forces de la Nature perdent étant appliquées aux machines pour produire quelque effet. Car toute la quantité d'eau que nous fuppofons tomber de la hauteur g, auroit en elle-même affés de force pour remonter à la même hauteur, au lieu que fi l'on employe cette force à faire agir des pompes, elle n'eft capable de pouffer à la même hauteur qu'environ la feptième partie. D'où l'on a lieu de foupçonner avec raifon, qu'on pourroit tirer un beaucoup plus grand profit de la force d'un courant, qu'on ne fait ordinairement, en la faifant agir fur une rouë.

MA-

MAXIME VIII.

§. XVI. *Pour trouver la plus grande quantité d'eau, qui sauroit être élevée à une hauteur donnée par un moulin à vent, il faut multiplier la surface d'une de ses ailes tant par le cube de la vitesse absoluë du vent, que par le cube du sinus de l'angle sous lequel le vent frappe les ailes; la trentième partie de ce produit étant divisée par la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, en marquera la quantité qui sera élevée par heure. La vitesse du vent étant exprimée par le nombre de pieds, que le vent parcourt par seconde; & le sinus total étant supposé* $= 1$.

Soit f la longueur de chacune des ailes prise depuis l'axe jusqu'à leur extrémité, & h la largeur des ailes. De plus soit Φ l'angle dont la surface des ailes est inclinée à l'axe, lequel est celui, sous lequel le vent frappe les ailes; & que e marque l'espace, que le vent parcourt par seconde; or je suppose que ces quantités f, h, e, soient exprimées en pieds de même que la hauteur g, à laquelle l'eau doit être élevée. Cela posé, j'ai trouvé que la plus grande quantité d'eau, qui puisse être élevée à cette hauteur, sera par heure $= \frac{4(68+5\sqrt{10})}{81 \cdot 125} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{g}$ pieds cubiques, ce qui se réduit à $\frac{10}{302} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{g}$ où à $\frac{1}{30} \cdot \frac{e^3 f h \sin\Phi^3}{g}$ à peu près, d'où l'on voit comme auparavant, qu'un vent deux fois plus rapide produit un effet 8 fois plus grand. On devroit croire de cette formule, qu'on gagneroit la plus grande quantité d'eau, si l'on faisoit l'angle Φ droit: mais il faut remarquer, que plus l'angle Φ approche de 90°, plus devient-il difficile d'approcher la machine de son plus haut degré de perfection, & que si l'on faisoit cet angle droit, la machine demeureroit toujours infiniment éloignée de sa perfection, c'est à dire, on ne seroit pas même en état d'élever une seule goutte d'eau par son moyen: ce qui est assés clair de soi-même, puisque le vent ne seroit pas alors capable d'imprimer au moulin le moindre mouvement.

§. XVII.

§. XVII. Pour qu'on puiſſe plus aiſément appliquer la formule trouvée en tout cas, où l'angle Φ, ſous lequel les ailes ſe préſentent à la direction du vent, eſt donné, j'ajouterai une table, qui marquera pour chaque valeur de cet angle la plus grande quantité d'eau, qui pourra être élevée à la hauteur donnée.

Si l'angle du vent ſur la ſurface des ailes eſt	La plus grande quantité d'eau que le moulin eſt capable de fournir par heure ſera en pieds cubiques.	Si l'angle du vent ſur la ſurface des ailes eſt	La plus grande quantité d'eau que le moulin eſt capable de fournir par heure ſera en pieds cubiques.
54, 45′	$\frac{10}{555}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	72, 0	$\frac{10}{351}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
56, 0′	$\frac{10}{530}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	74, 0	$\frac{10}{340}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
58, 0	$\frac{10}{495}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	76, 0	$\frac{10}{331}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
60, 0	$\frac{10}{465}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	78, 0	$\frac{10}{323}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
62, 0	$\frac{10}{439}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	80, 0	$\frac{10}{316}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
64, 0	$\frac{10}{416}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	82, 0	$\frac{10}{311}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
66, 0	$\frac{10}{397}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	84, 0	$\frac{10}{307}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
68, 0	$\frac{10}{379}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	86, 0	$\frac{10}{304}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
70, 0	$\frac{10}{364}\cdot\frac{e^3fh}{g}$	88, 0	$\frac{10}{302}\cdot\frac{e^3fh}{g}$
	72, 0	90, 0	$\frac{10}{302}\cdot\frac{e^3fh}{g}$

D'où

D'où l'on voit que c'eſt toujours un profit très conſidérable, ſi l'on fait cet angle de 70 ou 72 degrés au lieu de 54°, 45', & que l'avantage ne feroit que fort médiocre, ſi l'on vouloit augmenter cet angle au delà de 72 , outre les autres inconveniens, qu'il ne feroit plus poſſible de ſurmonter.

§. XVIII. De là on voit, que de quelque force qu'on ſe ſerve pour élever de l'eau, la quantité d'eau qui en peut être élevée à une certaine hauteur, eſt toujours réciproquement proportionelle à cette hauteur, pourvû que cette hauteur ne ſoit pas trop petite, comme j'ai déjà remarqué. Donc, ſi une force donnée eſt capable d'élever une certaine quantité d'eau à une hauteur donnée, la même force ne fournira que la moitié à une hauteur double, & ſeulement le tiers à une hauteur qui eſt trois fois plus grande. Ainſi, ſi l'on fait la quantité d'eau qu'une force eſt capable d'élever dans un tems donné à une certaine hauteur, on en connoitra d'abord la quantité d'eau, que la même force pourra élever dans le même tems à une hauteur quelconque. Cela doit s'entendre lorsque la force agit avec le plus grand avantage, ou avec le degré de viteſſe, que j'ai aſſigné cy-deſſus, & que la machine qui fait agir les pompes ſe trouve dans ſon dernier degré de perfection. Dans cette vuë il n'importe ſi les tuyaux, par lesquels l'eau eſt pouſſée en haut, montent perpendiculairement, ou ſelon une obliquité quelconque, ou qu'ils ſoient courbés: or il eſt évident, que lorsqu'ils montent perpendiculairement, leur longueur étant alors égale à la hauteur même du réſervoir, ſera la plus petite qu'il ſoit poſſible, & que leur longueur doit ſurpaſſer d'autant plus la hauteur du réſervoir, plus ils montent obliquement, ou qu'ils forment de courbure dans leur conduite. Ces dernieres circonſtances, quoique d'ailleurs fort nuiſibles dans la conſtruction de la machine, ne contribuent rien à diminuer la plus grande quantité d'eau, qui peut être élevée: car ſi la machine étoit entièrement délivrée de tous les autres empêchemens, dont je parlerai dans la ſuite, elle fourniroit toujours la même quantité d'eau

d'eau, ſoit que les tuyaux montans fuſſent perpendiculaires, ou qu'ils montaſſent ſelon une obliquité ou courbure quelconque. Mais l'inconvénient cauſé par cette obliquité conſiſte en ce qu'il eſt alors beaucoup plus difficile d'approcher la machine de l'état de perfection, & que quelques ſoins qu'on ſe donne pour la rendre parfaite, elle en demeurera d'autant plus éloignée, plus les tuyaux montans ſeront obliques ou courbés ; ou plus le chemin ſera long, par lequel l'eau doit être pouſſée, avant qu'elle ſe dégorge dans le réſervoir.

§. XIX. Par rapport aux tuyaux montans il eſt fort eſſentiel de ſavoir combien ils ſont preſſés par l'eau, qui eſt pouſſée par eux. Si l'eau étoit en repos, il eſt clair que la preſſion dans les tuyaux ſeroit exprimée par la hauteur de l'eau, qui ſe trouveroit actuellement au deſſus dans le réſervoir, tout comme on eſt accoutumé d'eſtimer la preſſion de l'eau dans l'Hydroſtatique. Or, ſi l'eau eſt en mouvement, la preſſion ne ſuit plus cette loi, & il peut arriver qu'elle devienne plus grande ou plus petite ; c'eſt à dire elle peut être égale à une colomne d'eau ou plus haute ou plus baſſe : car quelle que ſoit la preſſion dans l'état de mouvement, on la peut toujours réduire à l'état de repos, & aſſigner la hauteur d'une colomne d'eau, par laquelle les tuyaux ſe trouveroient également preſſés. C'eſt donc ainſi par la hauteur d'une colomne d'eau, qu'on exprime la preſſion de l'eau dans les tuyaux, ſoit que l'eau ſoit en repos ou en mouvement, & de cette maniere on déſigne la preſſion dans chaque endroit des tuyaux montans ; & par là on eſt en état de régler l'épaiſſeur des tuyaux, pour qu'il ſoyent aſſés forts à ſoutenir la preſſion, à laquelle ils ſont actuellement aſſujettis. C'eſt ordinairement au plus bas endroit, où les tuyaux ſouffrent la plus grande preſſion ; & quand on trouve, par exemple, que cette preſſion vaut la hauteur de 100 pieds, on comprend que les tuyaux doivent être aſſés forts pour outenir le poids d'une colomne d'eau de 100 pieds de hauteur ; & par là on jugera de quelle épaiſſeur on doit faire les tuyaux, pour qu'ils puiſſent réſiſter à cette preſſion ſans qu'ils crévent. Il eſt auſſi évident, que la preſſion, quelque grande

 qu'elle

qu'elle ſoit en bas des tuyaux montans, deviendra dans les endroits plus élevés, ſucceſſivement plus petite, jusqu'à ce qu'elle évanouït entièrement au ſommet des tuyaux, où l'eau ſe dégorge dans le réſervoir, de ſorte qu'à l'extrémité ſupérieure les tuyaux n'ont plus à ſoutenir aucune force. Et partant, puisque la force des tuyaux dépend de leur épaiſſeur, il faut qu'ils ſoyent le plus épais en bas, & la plus petite épaiſſeur ſera ſuffiſante pour le bout ſupérieur, ſuppoſé que la largeur des tuyaux montans ne ſoit pas trop variable, puisqu'on ſait, qu'une plus grande largeur demande une plus grande épaiſſeur, quoique la preſſion ſoit la même.

§. XX. L'état de perfection de la machine, que j'ai eu en vuë jusqu'ici, pour connoitre la plus grande quantité d'eau, qu'elle eſt capable d'élever, eſt encore doüé de cette propriété, que les tuyaux montans ſoutiennent la même preſſion, que ſi l'eau étoit en repos: c'eſt à dire, la preſſion en chaque endroit des tuyaux eſt exprimée par la hauteur, dont le ſommet des tuyaux où l'eau eſt dégorgée ſe trouve élevée au deſſus de cet endroit, tout comme ſi l'eau étoit en repos. Ainſi la plus grande preſſion ſe rencontre au plus bas endroit des tuyaux montans, où ils reçoivent l'eau immédiatement des pompes, ſuppoſé que ces tuyaux ne s'abaiſſent point depuis plus bas; & il eſt clair que dans les pompes mêmes doit régner ce même degré de preſſion, auquel les tuyaux montans ſont aſſujettis à leur jointure avec les pompes; d'où l'on peut juger de quelle force devroient être les corps de pompes, s'il étoit poſſible de porter la machine au plus haut degré de perfection. Mais il faut remarquer que, lorsque la machine ſe trouve éloignée de cet état de perfection, ce qui arrive toujours, la preſſion qui agit en dedans des pompes & des tuyaux montans, eſt toujours plus grande, que la hauteur de l'eau qui ſe trouve au deſſus. Ainſi la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée, étant poſée $= g$, cette hauteur exprimeroit la preſſion de l'eau dans les pompes & au bas des tuyaux montans: mais en effet, quelque machine qu'on conſtruiſe pour mettre

mettre les pompes en action, la pression dans ces endroits sera plus grande que cette hauteur g, & plus l'état de la machine s'écartera de l'état de perfection, plus aussi surpassera la véritable pression cette hauteur g. Or connoissant la pression des tuyaux montans en bas, qui est toujours la plus grande, elle devient depuis en montant de plus en plus petite, & évanouït enfin tout à fait à leur sommet ; de sorte que la pression en bas sera à la pression dans un autre endroit quelconque à peu près en raison de la hauteur actuelle de l'eau, qui est au dessus. Cette proportion approche d'autant plus de la vérité, moins la machine sera éloignée de l'état de perfection ; car, si elle s'en écarte très considérablement, la diminution de la pression en montant devient plus irréguliere, & dépend aussi de la largeur des tuyaux, de même que de leur obliquité.

MAXIME IX.

§. XXI. *La quantité d'eau qu'une machine agitée par une force donnée élevera actuellement à une certaine hauteur, est à la plus grande quantité indiquée cy-dessus, comme est cette hauteur à la pression, que les tuyaux montans soutiennent actuellement en bas, ou à la pression de l'eau dans les pompes.*

Posant g la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée, & que λg exprime la pression, que les pompes & les tuyaux montans soutiennent actuellement ; ce coëfficient λ feroit égal à l'unité si la machine étoit délivrée de toutes imperfections. Mais plus la machine sera éloignée de l'état de perfection, plus ce coëfficient λ surpassera l'unité, ou plus la pression de l'eau dans les pompes surpassera la hauteur g, de l'eau qui se trouve actuellement au dessus. Or dans cette même raison que la pression augmente, sera diminuée la quantité d'eau élevée actuellement ; de sorte que si M marque la plus grande quantité d'eau, que la machine étant portée à son dernier degré de perfection, feroit capable d'élever à la hauteur g, la quantité d'eau que cette machine fournira ac-

tuellement à la même hauteur sera $= \frac{1}{\lambda}$ M. Donc, plus une machine sera éloignée de l'état de perfection, elle fournira non seulement une moindre quantité d'eau à la hauteur proposée, mais aussi tant les pompes que les tuyaux montans auront à soutenir une plus grande pression, de sorte que la partie de la force, qui n'est pas employée à l'élévation de l'eau, ne fait qu' augmenter la pression, & travaille par conséquent à la destruction de la machine. L'imperfection de ces sortes de machines est donc accompagnée d'un double desavantage ; l'un, qu'une telle machine ne fournit pas tant d'eau, qu'elle seroit capable de fournir si elle étoit plus parfaite : & l'autre qui n'est pas souvent moins considérable, est que les pompes & les tuyaux montans sont assujettis à une plus grande pression, de sorte qu'il peut arriver, que des tuyaux crévent à cause de l'imperfection de la machine, qui auroient eu assés de force pour soutenir la pression, si la machine étoit moins imparfaite. D'où l'on voit, combien il est important de procurer à la machine le plus haut degré de perfection, dont elle est susceptible.

§. XXII. Pour ramener donc une telle machine à son plus haut degré de perfection, on n'a qu'à la disposer ensorte, que la pression, que les pompes & les tuyaux ont à soutenir, devienne la plus petite qu'il est possible, c'est à dire, que la pression des pompes & des tuyaux dans leur plus bas endroit, surpasse aussi peu qu'il est possible la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée ; car par ce même moyen on mettra la machine en état de fournir une d'autant plus grande quantité d'eau. Tout revient donc à construire la machine en sorte, que la valeur de λ devienne la plus petite, ou qu'elle surpasse l'unité d'aussi peu qu'il soit possible. Or la valeur de λ dépend des quantités suivantes : Premièrement de la hauteur g, à laquelle l'eau doit être élevée : En second lieu de la longueur des tuyaux montans, qui soit $= l$, laquelle marque le chemin, que l'eau doit parcourir actuellement depuis sa sortie des pom-

pompes jusqu'au réservoir. En troisième lieu, la valeur de λ dépend de la plus grande quantité d'eau, qui seroit élevée par heure dans l'état de perfection, & qui sera trouvée dans chaque cas par les régles précedentes. Soit donc cette plus grande quantité d'eau élevée par heure $=$ M pieds cubiques, laquelle étant introduite dans les formules, que j'ai trouvées dans mes recherches précedentes, nous dispensera de considérer encore séparément chaque espece des forces, qu'on employe à mettre la machine en mouvement. Quatrièmement, la valeur de λ dépend aussi de la largeur des tuyaux montans, que je supposerai la même par toute la longueur l: soit donc cette largeur ou amplitude des tuyaux montans $= cc$ pieds quarrés, ou cc marquera leur largeur moyenne, s'ils ne sont pas partout de la même amplitude. Cinquièmement, il entre aussi dans la détermination de λ le tems d'une révolution de la roue principale, à laquelle la force mouvante est immédiatement appliquée: soit donc ce tems d'une révolution de la roue principale $= \theta$ secondes. Enfin sixièmement il y entre aussi la vitesse, dont chaque pompe agit par rapport au mouvement de la roue principale: pour cet effet je supposerai que chaque pompe joue μ fois pendant chaque tour de la roue principale, c'est donc à dire, pendant le tems de θ secondes, qui a été déterminé pour chaque espece des forces dans les maximes premieres.

§. XXIII. Ces six quantités étant regardées comme connues, la valeur de λ en sera déterminée par la formule suivante:

$$\lambda = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} + \frac{M\mu l}{125.225.\theta ccg}\right)}$$

& après avoir trouvé la valeur de ce nombre λ, la quantité d'eau, qui sera actuellement élevée à la hauteur g, sera $= \frac{1}{\lambda}$ M; & la pression, que tant les pompes que les tuyaux en bas auront à soutenir, sera exprimée par la hauteur $= \lambda g$. Or λ est toujours plus grand que l'unité,

nité, & partant il faut tacher d'arranger la machine en ſorte, que λ ſurpaſſe le moins qu'il eſt poſſible l'unité : afin que tant le déchet dans la quantité d'eau élevée, que le ſurcroit de la preſſion, devienne le plus petit. Comme il eſt toujours poſſible de rapprocher la valeur de λ fort près de l'unité, de ſorte que l'excés ne ſoit qu'une fraction fort petite, poſons $\lambda = 1 + \frac{1}{\alpha}$, & puisqu'il ſera à peu prés $\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{1}{\alpha}$, la quantité d'eau élevée par heure ſera $= \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) M$, & partant le déchet cauſé par l'imperfection de la machine importera $\frac{1}{\alpha} M$: mais la preſſion ſera $= g + \frac{1}{\alpha} g$. Poſant donc $1 + \frac{1}{\alpha}$ pour λ, il ſera

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{M\mu l}{125 . 225\, \theta ccg}\right)} \text{ \& partant}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha\alpha} = \frac{M\mu l}{125 . 225\, \theta ccg} = \frac{1}{\alpha - 1} \text{ à peu près.}$$

Donc, pourvû que α ſoit un nombre médiocrement grand, il ſera

$$\alpha = 1 + \frac{125 . 225\, \theta ccg}{M \mu l}.$$

En conſidérant cette formule on pourra toujours arranger les élémens, qui y entrent, en ſorte que le nombre α devienne d'une grandeur donnée, ou que le déchet dans la quantité d'eau élevée actuellement devienne ſi petit, qu'on ſouhaite. Par exemple, ſi l'on vouloit, que le déchet n'importât que la dixième partie de la plus grande quantité poſſible M, on auroit $\alpha = 10$, & il faudroit faire en ſorte que $\frac{3125\, \theta ccg}{M \mu l}$ devint

devint égale à 1 : si cette formule pouvoit être renduë encore plus grande, il vaudroit mieux, puisque le déchet seroit d'autant plus petit.

§. XXIV. Il s'agit en chaque cas de rendre la valeur de cette formule $\frac{3125\,\theta ccg}{M\mu l}$ aussi grande qu'il est possible ; & si l'on souhaite que le déchet dans la plus grande quantité d'eau M ne surpasse pas la dixième partie, il faut qu'il soit $\frac{3125\,\theta ccg}{M\mu l} > 1$. Or, si l'on veut établir quelque terme fixe, il semble qu'on puisse se servir de celui-cy, de sorte qu'on estime une machine trop imparfaite, qui ne fournit qu'une quantité d'eau, dont le déchet est plus grand que la dixième partie de la plus grande quantité, qui répond au plus haut degré de perfection ; & qu'on ait lieu de juger une machine assés parfaite, dont le déchet est moindre que cette dixième partie. Car, étant déjà parvenu à ce degré de perfection, il ne vaudra pas souvent la peine de faire des changemens considérables dans la machine pour rendre le déchet plus petit : & partant on pourra pour la pluspart être content, de porter les machines à ce degré de perfection, que le déchet n'importe que la dixième partie ; ce qui arrive lorsque la valeur de la formule $\frac{3125\,\theta ccg}{M\mu l}$ devient $= 1$. On n'aura donc qu'à disposer la machine en sorte, que cette formule ne devienne pas plus petite que l'unité. Or on voit d'abord qu'il sera d'autant plus difficile d'arriver à ce but, plus la quantité M, qui convient à l'état de perfection, sera grande ; & ce n'est pas de ce côté-là, qu'il faut tâcher d'augmenter la valeur de cette formule, en diminuant la quantité d'eau M, puisque c'est le but principal, d'augmenter cette quantité autant qu'il est possible. Il ne faudra donc se tenir qu'aux autres lettres, qui entrent dans cette formule, pour

leur

leur procurer de telles valeurs, que celle de la formule même ne tombe pas au dessous de l'unité. Or, si l'on ne vouloit rien changer dans les autres élémens μ, θ, cc & $\frac{g}{b}$, pendant que la quantité d'eau M seroit augmentée, le déchet croitroit doublement, car d'un côté le nombre α deviendroit plus petit, & partant la fraction $\frac{1}{\alpha}$, qui marque le déchet, plus grande: & de l'autre côté le déchet importeroit une plus grande partie de la plus grande quantité M. Ainsi plus la quantité d'eau absoluë M sera grande, plus aussi sera-t-on obligé d'arranger les autres élémens en sorte, que la valeur de α devienne d'autant plus grande. Pour cet effet il faut observer les maximes suivantes.

MAXIME X.

§. XXV. *Le déchet de la plus grande quantité d'eau, qui répond au dernier degré de la perfection de la machine, sera d'autant plus diminué, plus le tems du jeu des pompes sera long, ou plus l'action des pompes sera lente.*

Puisque dans la formule trouvée θ marque le tems en secondes pendant lequel la rouë principale fait une révolution, & μ indique le nombre de fois, que chaque pompe jouë pendant ce même tems θ, il est clair, que $\frac{\theta}{\mu}$ exprime le tems, pendant lequel chaque pompe acheve son jeu, ou qu'elle aspire & refoule une fois. D'où il est clair, que plus ce tems $\frac{\theta}{\mu}$ sera grand, dans la même raison sera aussi diminué le déchet de la plus grande quantité d'eau M. De sorte que plus on augmentera

mentera ce tems, plus auſſi la quantité d'eau, que la machine élevera actuellement, approchera de la plus grande quantité d'eau, qui répond au plus haut degré de perfection ; & par conſéquent la machine deviendra d'autant plus parfaite. Or, pour rendre ce tems plus long, comme il renferme deux élemens θ & μ, on parviendra à ce but, ſi l'on augmente le tems θ autant qu'il eſt poſſible, & qu'on diminue en même tems le nombre μ. Mais la viteſſe avec laquelle agit la force, qui eſt appliquée à la rouë principale, étant déjà déterminée, il eſt clair que la premiere condition ne ſauroit être remplie autrement, qu'en conſtituant le rayon de la rouë principale auſſi grand qu'il eſt poſſible: & pour ſatisfaire à l'autre condition, on diſpoſera la machine en ſorte, que les pompes ne jouënt que fort peu de fois pendant chaque révolution de la rouë principale, ou qu'elles ne jouënt même qu'une fois pendant une ou pluſieurs révolutions ; dans ce dernier cas μ ſera ou $= 1$ ou égale à une fraction. D'où l'on voit qu'il n'eſt pas abſolument néceſſaire d'allonger le tems θ en aggrandiſſant la rouë principale ; car quelque petit que ſoit ce tems θ on pourra diminuer le nombre μ autant que le tems $\frac{\theta}{\mu}$ devienne auſſi long qu'on voudra. Ainſi il faut regarder les autres circonſtances, pour procurer le plus convenablement au tems $\frac{\theta}{\mu}$ la plus grande valeur, qu'on voudra lui donner.

MAXIME XI.

§. XXVI. *La quantité d'eau, qu'une machine élevera actuellement, approchera d'autant plus de la plus grande quantité, qui a été fixée cy-deſſus, plus on fera larges les tuyaux montans, par leſquels l'eau eſt pouſſée dans le reſervoir.*

La largeur des tuyaux montans a été posée $= cc$, & en regardant la formule précédente il eſt clair, que plus cette largeur ſera grande, plus auſſi deviendra grande la valeur du nombre a, & partant le déchet $\frac{1}{a}$ M deviendra d'autant plus petit. J'ai ſuppoſé que les tuyaux montans ſont par tout de la même largeur, mais il n'importe ſi l'on trouve bon de leur donner de differentes largeurs dans leur route, & dans ces cas cc marquera une largeur moyenne. Mais il faut bien remarquer, qu'il ne faut pas prendre pour cc un milieu arithmétique, car cc tiendra beaucoup plus des plus petites largeurs, que des plus grandes, de ſorte que ſi dans un ſeul endroit la largeur des tuyaux étoit infiniment petite, la valeur de cc en deviendroit auſſi infiniment petite, quelques larges que fuſſent d'ailleurs ces tuyaux. Ainſi il faut bien prendre garde de ne rendre nulle part ces tuyaux trop étroits, & de leur donner plutôt partout la plus grande largeur, que les autres circonſtances le permettent. Car, pour trouver la vraye valeur de cc, ſi les largeurs des tuyaux ſont differentes, comme xx, yy, zz, il faut prendre le milieu arithmétique entre $\frac{1}{xx}$, $\frac{1}{yy}$, $\frac{1}{zz}$, & ce milieu ſera la valeur de $\frac{1}{cc}$. Il arrive quelquefois qu'on établit deux rangs de tuyaux montans, dans ce cas cc ſera la ſomme des largeurs de ces deux rangs, comme ſi la largeur des tuyaux d'un rang étoit de 4 pouces quarrés, & celle de l'autre rang de 5 pouces quarrés, la valeur de cc feroit de 9 pouces quarrés. Mais il faut ſe ſouvenir, que la valeur de cc doit être exprimée en pieds quarrés, ainſi un pied quarré contenant 144 pouces quarrés, la valeur de cc ſeroit dans ce cas $=$ $= \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$.

MA-

MAXIME XII.

§. XXVII. *La quantité d'eau, qu'une machine élevera actuellement, approchera d'autant plus de la plus grande quantité possible, plus les tuyaux montans approcheront dans leur route de la position perpendiculaire, ou plus ils monteront perpendiculairement.*

Nommant la hauteur perpendiculaire, à laquelle l'eau doit être élevée $= g$, & la longueur des tuyaux montans $= l$, nous voyons que plus la fraction $\frac{g}{l}$ sera grande, plus aussi augmentera la valeur de α, & plus aussi le déchet deviendra petit, à peu près dans la même raison. Or, si les tuyaux ne montent pas perpendiculairement, leur longueur l est toujours plus grande que la hauteur g, & il n'est pas possible que la fraction $\frac{g}{l}$ surpasse jamais l'unité, qui est sa plus grande valeur possible. Donc la plus avantageuse situation des tuyaux est, lorsqu'ils montent perpendiculairement, de sorte qu'il soit $l = g$; ce qui arrive, lorsqu'on établit la machine perpendiculairement au dessous du réservoir, afin que l'eau puisse être conduite perpendiculairement en haut sans aucun détour. C'est donc toujours un desavantage considérable de pratiquer la machine, qui fait agir les pompes; à une grande distance du réservoir. Car, quoiqu'on puisse redresser ce défaut en rendant tant le jeu des pompes plus lent, que la largeur des tuyaux plus grande, on trouve souvent de grandes difficultés dans l'exécution de ces expédiens: surtout lorsque la quantité d'eau, qu'on est en état d'élever, est fort grande. Mais outre cela, de si longs tuyaux exigent de très grandes dépenses, dont on se peut dispenser en approchant la machine du réservoir, autant qu'il est possible. Ainsi, si l'on se sert de la force d'hommes ou de chevaux ou du vent, rien n'empêche

qu'on approche aſſés la machine du réſervoir, & ce n'eſt qu'un courant d'eau, dont on veut profiter pour mettre la machine en mouvement, qui puiſſe ſouvent obliger d'établir les pompes à une grande distance du réſervoir, mais dans ce cas l'avantage du courant redreſſe ſuffiſamment les inconvéniens cauſés par cet éloignement.

§. XXVIII. Si nous ſuppoſons donc, que les tuyaux montent perpendiculairement, de ſorte que $l = g$, nôtre formule ſe changera en $\frac{3125\,\theta cc}{M\mu}$, dont la valeur doit être $= 1$, ſi l'on ſe propoſe que le déchet ne ſoit que la dixième partie de la quantité d'eau abſoluë M, qui répond au plus haut degré de perfection. Poſons donc que $l = g$, ou que les tuyaux montans ſoient conduits perpendiculairement, & qu'on veuïlle diſpoſer la machine en ſorte, que le déchet ſoit la dixième partie, de ſorte que la quantité d'eau élevée par heure ſoit $= \frac{9}{10}$ M, où M marque la plus grande quantité d'eau, qui ſeroit élevée, ſi la machine étoit délivrée de toutes les imperfections, & dans ce cas la preſſion, que les pompes & les tuyaux en bas auront à ſoutenir ſera $= 1\frac{1}{10}g$ à peu près, g marquant l'élévation du réſervoir: ou plutôt, puiſque $\alpha = 10$, la quantité d'eau élevée par heure ſera $= \frac{10}{11}$ M, de ſorte que le déchet n'importe qu'une onzième partie. Pour cet effet donc il faut diſpoſer la machine en ſorte qu'il devienne $\frac{3125\,\theta cc}{M\mu} = 1$, d'où ſi, outre la quantité abſoluë M, eſt donnée la largeur des tuyaux cc, on en déterminera le tems

d'un

d'un jeu des pompes $\frac{\theta}{\mu} = \frac{M}{3125\, cc}$. Comme il eſt ſuppoſé dans cette formule que la largeur des tuyaux cc eſt donnée en pieds quarrés, & qu'on eſt plutôt accoutumé de l'exprimer en pouces quarrés, ſi nous ſuppoſons que cette largeur ſoit donnée en pouces quarrés, dont le nombre ſoit cc, le tems du jeu des pompes ſera $= \frac{144\, M}{3125\, cc}$ ſecondes, & ſi le tems du jeu des pompes eſt donné qui ſoit $= t$ ſecondes, la largeur des tuyaux ſera $cc = \frac{144\, M}{3125\, t}$. De là j'ai calculé la Table ſuivante, qui marque, tant pour chaque quantité abſoluë d'eau M, que pour chaque tems du jeu des pompes, la largeur en pouces quarrés qu'il faut donner aux tuyaux montans, pour que le déchet dans la quantité d'eau élevée actuellement n'importe que l'onzième partie : ſuppoſé que les tuyaux montent perpendiculairement depuis les pompes juſqu'au réſervoir.

Table

Table qui marque la largeur des tuyaux montans en pouces quarrés,

Tems du jeu des Pistons donné en Secondes,

La plus grande quantité d'eau elevée par heure en pieds cubiques.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,46	0,23	0,15	0,12	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05
20	0,92	0,46	0,31	0,23	0,18	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09
30	1,38	0,69	0,46	0,35	0,28	0,23	0,20	0,17	0,15	0,14
40	1,84	0,92	0,61	0,47	0,37	0,31	0,27	0,23	0,20	0,19
50	2,31	1,15	0,77	0,58	0,46	0,38	0,33	0,29	0,26	0,23
60	2,77	1,39	0,92	0,70	0,55	0,46	0,39	0,36	0,30	0,27
70	3,23	1,62	1,07	0,82	0,64	0,54	0,46	0,42	0,35	0,32
80	3,69	1,58	1,22	0,94	0,73	0,62	0,53	0,48	0,40	0,37
90	4,15	2,08	1,37	1,06	0,82	0,70	0,60	0,53	0,46	0,41
100	4,61	2,30	1,54	1,15	0,92	0,77	0,66	0,58	0,51	0,46
200	9,22	4,60	3,08	2,30	1,84	1,54	1,32	1,16	1,02	0,92
300	13,83	6,90	4,62	3,45	2,76	2,31	1,98	1,74	1,53	1,38
400	18½	9¼	6	4½	3¾	3	2½	2¼	2	1¾
500	23	11½	8	6	5	4	3½	3	2½	2¼
600	27½	14	9½	7	5½	4½	4	3½	3	2¾
700	32	16	11	8	6½	5½	4½	4	3½	3
800	36½	18	12½	9	7½	6	5	4½	4	3½
900	41	21	14	10¼	8¼	7	5¾	5	4½	4
1000	46	23	15½	11½	9¼	7¾	6½	5¾	5	4½
2000	92	46	31	23	18½	15½	13	11½	10	9
3000	138	69	46½	34½	28	23	19½	17	15	13½
4000	184	92	62	41	37	31	26	23	20	18½
5000	230	115	77	58	46	39	33	29	26	23
6000	276	138	92½	69½	55	47	39½	35	31	27½
7000	322	161	108	81	64½	54	46	41	36	32
8000	369	185	123½	92½	73	62	52½	46	41	36½
9000	415	208	139	104	82½	70	59	52	46	41
10000	461	230	154	115	92	77	66	58	51	46
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

la quantité absoluë d'eau avec le tems du jeu des pistons étant donné.

Tems du jeu des Pistons donné en Secondes,

La plus grande quantité d'eau elevée par heure en pieds cubiques.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02
20	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05
30	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,09	0,08	0,08	0,07	0,07
40	0,17	0,16	0,15	0,13	0,12	0,12	0,11	0,11	0,09	0,09
50	0,21	0,20	0,18	0,17	0,16	0,15	0,14	0,13	0,12	0,12
60	0,25	0,24	0,22	0,21	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14
70	0,29	0,28	0,26	0,24	0,21	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16
80	0,33	0,32	0,29	0,27	0,25	0,23	0,21	0,20	0,19	0,19
90	0,38	0,35	0,32	0,30	0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,21
100	0,42	0,39	0,36	0,33	0,31	0,29	0,27	0,26	0,24	0,23
200	0,84	0,78	0,72	0,66	0,62	0,58	0,54	0,52	0,48	0,46
300	1,26	1,17	1,08	0,99	0,93	0,87	0,81	0,78	0,72	0,69
400	1½	1½	1½	1¼	1¼	1	1	1	1	1
500	2¼	2	2	1¾	1¾	1½	1½	1¼	1¼	1¼
600	2½	2¼	2	2	1¾	1¾	1½	1½	1½	1½
700	2¾	2½	2½	2¼	2¼	2	2	1¾	1¾	1¾
800	3	3	2¾	2½	2½	2¼	2	2	1¾	1¾
900	3½	3½	3½	3	3	2¾	2½	2¼	2	2
1000	4¼	4	3¾	3½	3¼	3	2¾	2¾	2½	2¼
2000	8½	8	7½	7	6½	6	5½	5	5	4½
3000	13	12	11	10½	10	9	8	7¾	7½	7½
4000	17	15½	14	13½	13	12	11	10½	9¾	9½
5000	21	19	18	17	16	15	14	13	12	12
6000	25	23	22	20½	19	18	17	15½	14½	14
7000	29½	27	26	24	22	21	19	18	17	16½
8000	33	31	29	27½	25½	23¼	21	20½	19½	18
9000	37½	35	32	30½	28½	27	25	23	22	20½
10000	42	38½	35½	33	31	29	27¼	25½	24¼	23
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

§. XXIX. De cette table on voit que, quelque grande que soit la quantité d'eau élevée par heure, des tuyaux médiocrement larges peuvent suffire, pourvû qu'on ne rende point le jeu des pistons trop rapide. Car si la quantité d'eau fournie par heure étoit de 10000 pieds cubiques, ce qui est presque la plus grande quantité d'eau qu'aucune machine sauroit fournir par heure, & que le jeu des pistons s'achevât en 15 secondes, ou que chaque pompe jouât 4 fois pendant une minute, la largeur des tuyaux montans ne devra pas surpasser 31 pouces quarrés, ce qui sera la largeur d'un tuyau d'environ $6\frac{1}{2}$ pouces de diametre. Ainsi ce n'est pas ordinairement de ce côté-cy, que les machines sont défectueuses, & il n'arrivera presque jamais, qu'on voudroit employer des tuyaux plus étroits dans une telle machine : & partant il sera pour la plupart très praticable, de rendre les machines encore plus parfaites, tant en élargissant les tuyaux montans, qu'en rallentissant le tems du jeu des pistons au delà du contenu de cette table, de sorte que par ce moyen le déchet, qu'on souffre dans la quantité d'eau élevée, devienne encore plus petit que la dixiéme ou onzième partie. Mais il faut se souvenir que cette table suppose, que l'eau monte perpendiculairement par les tuyaux montans ; or si les circonstances ne permettent pas cette condition, & qu'on soit obligé de donner aux tuyaux montans beaucoup plus de longueur, qu'il n'y a de hauteur, les tuyaux doivent être autant de fois plus larges, que cette table exige, en raison de la longueur des tuyaux à leur hauteur. Ainsi si la machine devoit fournir 500 pieds cubiques par heure, & que la longueur des tuyaux l fût 30 fois plus grande que la hauteur g, la largeur des tuyaux doit être 30 fois plus grande, que la table ne marque. Si l'on vouloit par exemple, que dans ce cas les pompes jouassent 4 fois pendant une minute, ou que le tems de leur jeu fût de 15 secondes, la largeur des tuyaux montans devroit être de 30. $1\frac{3}{4}$ pouces quarrés, ou de 46 pouces quarrés : leur diametre devroit donc être presque de 8 pouces. C'est donc dans de tels cas principalement, qu'il faut prendre des précautions, que le déchet ne devienne trop grand.

§. XXX.

§. XXX. Mais ayant obſervé toutes ces maximes, pour que la machine approche ſi fort de ſon dernier degré de perfection, que les circonſtances le permettent, il reſte encore le point le plus eſſentiel dans la conſtruction de la machine; c'eſt de régler les meſures des pompes en ſorte, que la force ſoit capable d'imprimer à la machine préciſément le même mouvement, qui eſt le plus avantageux. Pour ce qui regarde le tems du jeu de chaque pompe, il doit déjà être déterminé par les maximes précedentes, & ſachant déjà d'avance le tems d'une révolution de la rouë principale, il eſt aiſé d'arranger les parties de la machine en ſorte, que chaque pompe achéve ſon jeu dans le tems fixé. Mais il s'agit préſentement de déterminer tant la largeur des pompes, que la levée de leurs piſtons de maniere, que la force, qu'on applique à la machine en agiſſant avec la viteſſe la plus profitable, ſoit capable de mettre les pompes en mouvement, & d'en ſurmonter exactement la réſiſtance. Car on comprendra aiſément, que ſi la réſiſtance des pompes étoit, ou trop grande, ou trop petite, la force principale devroit imprimer à la rouë un mouvement ou moins ou plus vite, que celui, qui eſt le plus avantageux. Or les pompes ne fourniront la quantité d'eau, que nous venons d'aſſigner, que lorſque la force étant appliquée à la machine & agiſſant avec le degré déterminé de viteſſe, eſt capable d'entretenir les pompes dans leur action; & quand la force opére, ou avec une plus grande viteſſe, en rencontrant moins de réſiſtance, ou avec une plus petite, en rencontrant plus d'obſtacles, dans l'un & l'autre cas la quantité d'eau, qu'elle fournira dans le réſervoir, ſera moindre, que ſi le mouvement étoit bien réglé. Si l'on ne prend pas garde à cette circonſtance, on pourroit même riſquer, que la machine ne produiſit aucun effet; car ſi l'on faiſoit les pompes trop larges, ou qu'on fit la levée des piſtons trop grande, il pourroit arriver, que la force employée ne ſeroit pas même capable de mettre les pompes en mouvement, ou qu'elle ne pouſſeroit l'eau dans les tuyaux montans qu'à une certaine hauteur, ſans être capable de la pouſſer plus loin; de ſorte

 que

que la machine ſeroit alors réduite en repos, ne pouvant point ſurmonter les obſtacles, que l'action des pompes oppoſe.

§. XXXI. Soit $2n$ le nombre des pompes, qui doivent être miſes en action; je ſuppoſe ce nombre pair, puisqu'il y a en ordinairement toujours deux accouplées enſemble, qui agiſſent alternativement, de ſorte que pendant qu'une attire l'eau par aſpiration, l'autre la refoule. Soit de plus aa la largeur intérieure de chaque corps de pompe, exprimée en pieds quarrés, & que b marque la hauteur, à laquelle le piſton eſt levé à chaque jeu; ainſi aab marquera la quantité d'eau, qui ſera refoulée par chaque pompe dans le tems $\frac{\theta}{\mu}$: & puisque dans ce tems chaque pompe refoule une fois, toute la quantité, qui ſera pouſſée dans le tuyau montant par toutes les $2n$ pompes dans le tems de $\frac{\theta}{\mu}$, ſecondes, ſera $= 2naab$. Par conſéquent la quantité d'eau refoulée dans une heure, ou dans 3600 ſecondes, ſera $= \frac{3600\mu}{\theta} . 2naab$, qui doit être égale à la quantité déterminée cy-deſſus $\frac{M}{\lambda}$, d'où nous obtiendrons $\frac{M}{\lambda} = \frac{7200n\mu aab}{\theta}$ & partant $aab = \frac{M\theta}{7200n\mu\lambda}$. Donc poſant le tems d'un jeu des piſtons $\frac{\theta}{\mu} = t$ ſecondes, nous aurons $aab = \frac{Mt}{7200n\lambda}$. où $\frac{M}{\lambda}$ marque la quantité d'eau, qui ſera refoulée actuellement par heure. Pourvû donc qu'on régle tant la largeur des pompes, que la levée des piſtons en ſorte, qu'il ſoit $aab = \frac{Mt}{7200n\lambda}$, la force ſera capable en agiſſant avec la viteſſe la

plus

plus avantageuse, de faire jouër les pompes, & de fournir par heure dans le réservoir la quantité d'eau $\frac{M}{\lambda}$, dont on connoit déjà la valeur par les régles précédentes, aussi-bien que du tems t. Il est évident que cette équation ne détermine que la valeur de aa, ou celle de b, & il reste libre de prendre l'une ou l'autre à plaisir. Supposons donc que la largeur des pompes soit donnée, & on trouvera la levée requise des pistons; $b = \frac{Mt}{7200 n \lambda aa}$, qui sera exprimée en pieds. Or si la largeur des pompes aa est donnée en pouces quarrés, il sera $b = \frac{Mt}{50 n \lambda aa}$ pieds, & si l'on veut avoir aussi la levée b en pouces, elle sera $= \frac{6}{25} \cdot \frac{M}{\lambda} \cdot \frac{t}{naa}$ pouces, ou bien $b = \frac{12}{25} \cdot \frac{M}{\lambda} \cdot \frac{t}{2naa}$ pouces, dont le contenu sera expliqué dans la maxime suivante.

MAXIME XIII.

§. XXXII. *Qu'on multiplie la quantité d'eau, que la machine sera capable de fournir par heure, & laquelle est donnée en pieds cubiques, par le tems d'un jeu des pompes donné en secondes: qu'on divise ensuite ce produit par le nombre de toutes les pompes, & le quotient encore par la largeur d'une pompe donnée en pouces. Ce nouveau quotient étant multiplié par la fraction $\frac{12}{25}$ donnera la juste levée des pistons exprimée en pouces.*

Puisque $2naa$ est la largeur de toutes les pompes prises ensemble, on n'aura qu'à diviser le premier produit par cette largeur totale, & ce quotient multiplié par $\frac{12}{25}$ donnera la levée des pistons, que la meilleure construction de la machine exige. Si l'on veut que cette levée soit fort grande, on n'aura qu'à prendre la largeur des pompes

 d'autant

d'autant plus petite, & si l'on veut que la levée soit fort petite, il faudra à proportion augmenter la largeur des pompes: cette condition paroit la plus convenable, puisque j'ai déjà remarqué que le calcul suppose, que la levée des pistons soit extrèmement petite par rapport à la hauteur, à laquelle l'eau doit être élevée. D'ailleurs on a trouvé moyen, si la levée n'excede pas un demi-pied ou environ, de construire les pompes en sorte, que le piston n'y rencontre aucun frottement. On couvre le corps de pompe d'un cuir, dont le bord est affermi à la pompe; ce cuir est lâche, & son milieu peut être baissé & levé par quelque espace. Donc, si la tige agit sur ce cuir, la capacité de la pompe en sera alternativement augmentée & diminuée, sans qu'il y entre du frottement. Il n'y a aucun doute que cette découverte ne puisse être portée à un plus haut degré de perfection; & alors on pourra s'en servir avec le plus grand avantage, puisqu'on peut rendre la levée des pistons aussi petite qu'on voudra. Le profit qu'on en tirera, sera d'autant plus considérable, puisque dans les pompes ordinaires, une grande partie de la force qui agit sur le piston n'est employée qu'à vaincre le frottement, d'où résulte necessairement une diminution fort considérable dans la quantité d'eau, qui est élevée.

§. XXXIII. Or le déchet de la plus grande quantité d'eau possible, que la machine fourniroit dans son état de perfection, & pour la diminution duquel je viens de donner des régles, ne provient, ni du frottement, ni d'autres empêchemens, auxquels la machine est assujettie; mais ce déchet est uniquement causé par la force, que la propulsion de l'eau dans les tuyaux exige. On ne sera pas donc surpris, si la machine même oppose encore d'autres obstacles, par lesquels l'action de la force mouvante sera diminuée; & partant pour trouver la veritable quantité d'eau, que la machine fournira par heure, il ne suffit pas de diviser la plus grande quantité possible M par le nombre λ, mais il en faut outre cela retrancher une partie à cause du frottement & des autres obstacles, que la machine oppose à l'action de la force.

Car

Car une partie de la force mouvante étant employée à vaincre ces obstacles, ce n'eſt que le reſte de cette force, qui eſt employée à l'élevation de l'eau, & de là vient que dans la détermination de la quantité d'eau M on ne peut pas conſidérer toute la force qui eſt appliquée à la machine, mais il en faut rabattre la partie, qu'il faut pour vaincre tous les obſtacles. Lorsqu'on fait cette diminution d'abord, avant que de chercher la quantité d'eau M, il eſt clair qu'on la trouvera plus petite dans la même raiſon, qu'on aura diminué la force mouvante. Par là il eſt clair qu'il faudra diminuer d'une certaine partie la quantité d'eau M, qu'on aura trouvée par les régles données cy-deſſus, & ce ſera alors cette quantité diminuée M, qui étant diviſée par le nombre λ donnera la véritable quantité d'eau, qui ſera élevée par heure : & ce ſera auſſi cette quantité déjà diminuée, dont il faudra ſe ſervir tant dans la formule, d'où l'on tire la valeur du nombre λ, que principalement dans celle qui ſert à régler les meſures des pompes & leur levée. Pour ce qui regarde la lettre λ, ſa valeur deviendra un peu plus petite, en y introduiſant la valeur diminuée de M, & partant le déchet calculé cy-deſſus proviendra plus petit, ce qui étant favorable à la conſtruction de la machine, nous pourroit diſpenſer de cette diminution de la quantité M, tandis qu'il s'agit de trouver la lettre λ, mais dans le réglement de la pompe il eſt abſolument eſſentiel, d'y prendre la véritable quantité d'eau, que la machine ſera capable de fournir.

§. XXXIV. Entre les obſtacles de la machine dont l'action de la force mouvante eſt diminuée, je remarque premiérement la force qui eſt réquiſe pour attirer l'eau dans les pompes par aſpiration, dont je n'ai pas tenu compte dans le calcul, d'où j'ai tiré les formules précédentes. Puisque l'action de chaque pompe s'acheve en deux tems, dans l'un desquels l'eau eſt attirée dans le corps de pompe, & dans l'autre elle eſt refoulée dans les tuyaux montans, chaque opération demande une force particuliere; & comme il y a toujours deux pompes accouplées enſemble, qui agiſſent alternativement, de ſorte que pendant que l'une

l'une aſpire, l'autre refoule, une partie de la force, qui agit ſur les pompes, ſera toujours employée à l'aſpiration, qu'il faut retrancher de la force totale, pour avoir celle, qui refoule l'eau dans les tuyaux montans, & par laquelle on doit eſtimer la quantité d'eau, qui ſera actuellement élevée. Or il eſt clair que l'aſpiration demande une d'autant plus grande force, plus ſera grande la hauteur, à laquelle l'eau doit monter par cette action, & partant la force qui eſt employée à cet effet ne peut pas être regardée comme perdue, puisque par elle l'eau eſt déjà élevée à une certaine hauteur, qui étant une partie de la hauteur entiere, à laquelle l'eau doit être élevée, l'effet de l'autre partie de l'action, dont l'eau eſt refoulée, en ſera diminué. Donc, ſi nous poſons la hauteur, à laquelle l'eau eſt élevée par aſpiration $= \gamma$, & la hauteur à laquelle elle doit être refoulée $= g$, il faut partager la force totale en deux parties, qui ſoient èn raiſon de γ à g, dont la premiere ſera employée à aſpirer & l'autre à refouler. Ce ne ſera donc que la partie $\frac{g}{g+\gamma}$ de la force totale, qui eſt employée à refouler l'eau dans les tuyaux montans, & à la dégorger dans le réſervoir. Et partant ayant trouvé par les régles données cy-deſſus, la plus grande quantité d'eau M, qui a été déterminée de la force entiere, & de la hauteur g, à laquelle l'eau doit être refoulée, il faut diminuer cette quantité M en raiſon $g+\gamma$ à g, de ſorte que dans la ſuite du calcul, on doit écrire $\frac{g}{g+\gamma}$ M au lieu de M: ou bien cette quantité ſe trouvera d'abord du moment de mouvement de la force mouvante en le diviſant par toute la hauteur $g+\gamma$, dont le réſervoir eſt élevée au deſſus du niveau de l'eau, d'où les pompes puiſent par aſpiration.

§. XXXV. Le ſecond obſtacle, & qui eſt ordinairement le plus conſidérable, eſt le frottement, auquel non ſeulement toutes les parties de la machine ſont aſſujetties, tantôt plus, tantôt moins, mais c'eſt principalement le mouvement des piſtons, qui s'en trouve arrêté.

Car

Car les piſtons faits à la maniere ordinaire devant exactement remplir la cavité des pompes, pour ne laiſſer aucun paſſage à l'eau, il eſt impoſſible qu'ils ſe meuvent dans les pompes, ſans rencontrer un très grand frottement ; d'où il arrive néceſſairement qu'une partie conſidérable de la force mouvante eſt uniquement employée à ſurmonter la réſiſtance de tous ces frottemens tant de la machine que des piſtons ; & cette partie de la force ne peut être regardée que comme abſolument perduë, puisqu'il n'en réſulte rien, qui puiſſe d'un autre côté avancer l'ouvrage. Pour connoitre la partie de la force mouvante, qui eſt requiſe pour vaincre le frottement, on n'a qu'à ouvrir toutes les ſoupapes des pompes, afin que la machine étant miſe en mouvement, n'ait rien ni à aſpirer ni à refouler, & alors on trouvera aiſément par expérience la force, qui ſera capable de mettre la machine en mouvement. Cette force étant trouvée, il faut regarder l'endroit de la machine, où elle eſt appliquée, & la multiplier par la viteſſe, que cet endroit aura, lorsque la machine ſe trouvera dans ſon juſte mouvement ; ce produit que je nommerai le moment du frottement, ſera le moment de force requis pour vaincre le frottement, qu'il faudra par conſéquent retrancher du moment de la force totale. Si l'on exprime la force, qu'il faut pour vaincre le frottement, par le volume d'une maſſe d'eau, dont le poids eſt égal à cette force, ce volume étant exprimé en pieds cubiques, & que la viteſſe ſoit exprimée par le nombre de pieds, qu'elle fait par ſeconde, ſoit Φ le produit de cette force par la viteſſe, de ſorte que Φ marque le moment du frottement: & puisque le moment de la force totale eſt égal à $\frac{Mg}{3600}$, il en faut retrancher ce moment de frottement Φ, d'où à cauſe du frottement on doit ſoutraire la quantité $\frac{3600\,\Phi}{g}$ de la plus grande quantité d'eau M, qu'on aura trouvée par les premieres régles. Par conſéquent dans les formules, dont nous nous ſommes ſervis jusqu'ici, au lieu de M il faut écrire

$M - \frac{3600\,\Phi}{g}$, & cela avant la diminution, qu'on fera ſuivant le paragraphe précedent, puisqu'il s'agit ici du moment de la force totale, auquel eſt égale la quantité $\frac{Mg}{3600}$, prenant la valeur de M ſelon les Maximes V, VI, VII & VIII.

MAXIME XIV.

§. XXXVI. *Le frottement des piſtons dans les pompes deviendra d'autant plus petit, plus on augmente la largeur des pompes.*

Je ne m'arrête pas ici au frottement, qui ſe trouve dans le mouvement des rouëts & des eſſieux, dont la machine eſt composée, puisque c'eſt un objet, qui eſt commun à toutes les machines, & que les moyens pour diminuer cette partie du frottement ſont aſſés connus. Or le frottement que les piſtons ont à eſſuyer dans les pompes eſt particulier à cette ſorte de machines dont il s'agit ici, & pour eſtimer la quantité de ce frottement entant qu'il dépend de la largeur de la pompe, ſi nous poſons la largeur $= aa$, de ſorte que a ſoit proportionel au diametre de la pompe, & la levée du piſton $= b$, la partie intérieure de la pompe qui eſt frottée par le piſton ſera comme ab, & à cette expreſſion ſera proportionel à peu près le frottement. Mais la capacité de la pompe aab, eſt une quantité donnée par la quantité d'eau qui eſt attirée & refoulée à chaque jeu de la pompe. Poſant donc cette quantité $aab = C$, le frottement du piſton ſera comme $\frac{C}{a}$, & partant réciproquement proportionel au diametre de la pompe. Donc puisque nous ſommes les maitres de faire les pompes auſſi larges, que nous voulons, pourvu que nous réglions la levée des piſtons b convenablement à la Maxime précédente, il ſera toujours avantageux de rendre les pompes auſſi larges qu'il eſt poſſible, puisque par-ce moyen le frotte-

frottement deviendra beaucoup plus petit. Or plus nous élargiſſons les corps de pompes, plus la levée des piſtons deviendra petite, & par ce moyen nous arrivons à cette eſpece des pompes, dont j'ai parlé cy-deſſus, qui peuvent être entièrement délivrées de tout frottement, où le piſton leve & abaiſſe alternativement un diaphragme de cuir étendu dans le corps de pompe, ſans que le piſton touche aux parois de la pompe: de ſorte que dans ce cas le piſton ne rencontre d'autre réſiſtance, que celle qui vient de la roideur du cuir, qui eſt incomparablement plus petite, que le frottement des piſtons dans les pompes ordinaires: ce qui doit très conſidérablement augmenter la quantité d'eau, que la machine ſera capable d'élever.

§. XXXVII. En faiſant uſage de cette Maxime, on ſera en état de réduire le moment du frottement, que j'ai nommé Φ, à une fort petite quantité, de ſorte que la valeur de M n'en ſera diminuée que fort peu. Mais outre ces deux cauſes, par leſquelles cette quantité abſoluë d'eau M doit être diminuée, il y en a encore une troiſième, qui n'eſt pas ſouvent moins conſidérable que la réſiſtance du frottement, & je ne me ſouviens pas, qu'aucun Auteur y ait fait attention. C'eſt qu'on ſuppoſe dans la détermination de l'effet de la machine, qu'elle marche toujours d'un mouvement uniforme, de ſorte qu'aucune partie de la force mouvante ne ſoit employée à accélérer le mouvement des parties de la machine, mais que toute la force ſoit employée à vaincre les obstacles qui s'oppoſent au mouvement uniforme de la machine. De là on comprend aiſément, que ſi la machine étoit réduite en repos par quelque cas que ce ſoit, il faudroit quelque force pour imprimer à la machine de nouveau le mouvement dont elle doit marcher, & que cette force ne contribueroit rien à l'élevation de l'eau; & cette force ſera d'autant plus conſidérable, plus la maſſe de la machine, qui doit être accélérée, ſera grande, & plus le tems ſera court, où cette accélération ſe doit achever. Donc, ſi le mouvement de la machine, qui doit mettre les pompes en action, n'étoit pas uniforme, mais qu'il

fût tantôt plus vite, tantôt plus lent, ou même tantôt réduit en repos, une bonne partie de la force mouvante feroit dépenfée à imprimer aux parties de la machine les accélérations, dont elles auront befoin. Il eft bien vrai, que la force profiteroit quelque chofe pendant les retardations, mais comme nous avons vû, que pour que la force mouvante produife le plus grand effet poffible, il faut qu'elle agiffe avec un certain degré de viteffe, toute inégalité, qui fe trouve dans fon mouvement diminuera toujours de foi-même l'effet, quand même les accélérations réïtérées ne demanderoient pas une partie de la force mouvante. Ainfi, plus le mouvement de la machine fera inégal, plus en fera diminué l'effet, ou la quantité abfoluë d'eau, indiquée par la lettre M; de laquelle il faudra par conféquent retrancher, outre l'effet du frottement $\frac{3600\,\Phi}{g}$, encore une partie, qui réfulte de l'inégalité du mouvement.

§. XXXVIII. Or il eft impoffible que le mouvement des piftons foit uniforme, car foit qu'ils montent, ou qu'ils defçendent, au premier inftant leur viteffe eft toujours évanouïffante, & chaque montée auffi-bien que chaque defcente des piftons commence toujours par l'etat de repos, & va enfuite en accélérant, jusqu'à ce qu'ils foient parvenus au bout le plus haut ou plus bas. Ainfi le mouvement des piftons eft d'autant moins uniforme, plus il fera rapide, ce qui nous fournit un nouveau motif de rendre le jeu des pompes auffi lent qu'il eft poffible, outre celui, fur lequel eft fondée la Maxime X. Or cette inégalité du mouvement des piftons entraine néceffairement une inégalité dans le mouvement de la rouë principale à laquelle eft appliquée la force mouvante; & c'eft à cette inégalité, qu'il faut principalement avoir égard, car plus elle fera grande, plus auffi fera confidérable le déchet dans la quantité d'eau élevée, qui en fera caufé. Cette inégalité du mouvement de la rouë principale, caufée par celle des piftons, dépend de la maniere dont on fait agir cette rouë fur les piftons; & fi l'on difpofe la machine en forte, qu'un roüet mis en mouvement par la rouë principale engraine

engraine dans les tiges des piſtons, de maniere que la viteſſe des piſtons tienne toujours le même rapport à celle de la rouë, il eſt clair que le mouvement de la rouë principale ſera aſſujetti aux mêmes inégalités que celui des piſtons ; & toutes les fois que les piſtons commencent à monter ou à deſcendre, la rouë ſera réduite en repos, & partant la force mouvante agira fort inégalement, & ſouffrira par conſéquent une perte très conſidérable. Cette maniere de faire agir les pompes eſt donc la plus desavantageuſe, & elle le deviendroit encore davantage, ſi toutes les pompes ne commençoient pas à monter ou à deſcendre dans le même inſtant ; car alors le mouvement de la rouë ſeroit réduit à zero le plus ſouvent, & ſi le nombre des pompes étoit fort grand, & qu'elles parvinſſent à leur plus haut ou plus bas terme en différens inſtans, il ſeroit presque impoſſible de mettre la machine en mouvement, puisqu'elle ſeroit arrêtée à chaque moment, & partant ſon effet ſe réduiroit presque à rien, quelque grande que fût d'ailleurs la force mouvante.

§. XXXIX. 'A cette maniere eſt donc fort préférable celle, où on ſe ſert de manivelles pour mettre en mouvement les piſtons. Car la manivelle étant dans ſon plus haut ou plus bas point, n'imprime aux piſtons qu'un mouvement infiniment petit, quoique la manivelle même tourne d'un mouvement uniforme. Donc par le moyen de ce mechanisme l'inégalité qui ſe trouve néceſſairement dans le mouvement des piſtons n'empêchera pas, que le mouvement de la rouë principale ne puiſſe être uniforme. Il eſt cependant bien vrai, que la machine étant agitée par une force conſtante, n'en peut pas recevoir un mouvement uniforme, vû que l'action des pompes oppoſe tantôt plus tantôt moins d'obſtacles, mais l'inégalité qui en réſulte ſur le mouvement de la rouë, ſera beaucoup plus petite, que dans le cas précedent, & la perte, qui en eſt cauſée dans la quantité d'eau élevée, ne ſera plus conſidérable. S'il y a pluſieurs couples de pompes, qui doivent être miſes en action, on pourra encore beaucoup plus diminuer l'inégalité

dans le mouvement de la rouë, en y pratiquant plusieurs manivelles, dont chacune fasse jouër une ou quelques couples de pompes, en sorte que les pistons parviennent à leurs plus hauts on plus bas points en différens momens. Car par ce moyen la force mouvante trouvera presque toujours les mêmes obstacles à surmonter, & pourra agir par conséquent à peu près d'un mouvement uniforme, de sorte que dans ce cas on ne perdra presque rien à l'égard des accélérations, qui doivent être produites dans le mouvement de la machine ; & ce ne sera que les pistons & leurs tiges, qui exigeront une petite partie de la force mouvante, pour leur imprimer alternativement l'accélération du mouvement, pendant qu'ils agissent. Ainsi il n'y a point de doute, qu'on ne puisse arranger les manivelles & leur action sur les pistons en sorte, qu'il n'en soit causé presque aucun déchet dans la quantité d'eau que la machine sera capable d'élever ; or c'est un sujet qui mérite d'être examiné & approfondi plus soigneusemenr, & demande une discussion particuliere.

MAXIME XV.

§. XL. *Ayant fait l'estime du moment de force qu'il faut tant pour vaincre le frottement, que pour produire les accélérations, dont la machine aura besoin, il en faut chercher le rabat, dont on doit diminuer la plus grande quantité d'eau, qui convient à l'état de perfection, ensuite cette quantité doit encore être diminuée à cause de la force, qui est employée à l'aspiration selon les régles expliquées cy-dessus, & ce sera cette quantité doublement diminuée, qu'il faut introduire dans le calcul de la quantité d'eau, qui sera actuellement élevée par heure ; & sur celle-cy on réglera enfin la mesure des pompes & la levée des pistons.*

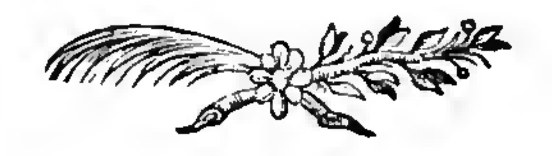
Si l'on ne faisoit pas attention à la résistance des obstacles que je viens d'expliquer, & qu'on voulût disposer la machine selon les Maximes données dans le commencement, la force proposée seroit trop foible pour faire marcher la machine avec le degré de vitesse qui lui con-

convient le mieux : il faudroit donc, ou chercher moyen d'augmenter convenablement la force mouvante, ou diminuer le nombre des pompes, qu'on ſe feroit propoſé de faire agir, ou rendre la levée des piſtons plus petite. Mais quand on aura bien eſtimé le déchet qui eſt cauſé par ces obſtacles, on pourra être aſſeuré du ſuccés de la machine, & que la force mouvante ſera capable de lui imprimer le juſte degré de viteſſe, qu'il faut, pour que la quantité d'eau actuellement élevée ſoit la plus grande, dont on puiſſe s'attendre. Et après cette précaution on ne ſera pas obligé, après avoir achevé la machine, d'y faire encore des corrections pour remèdier aux defauts, dont on ne ſe ſera apperçu que trop tard. Mais en tout cas ſi l'on s'étoit trompé dans cette eſtime, comme il n'eſt pas presque poſſible de la faire ſi exactement, la meilleure maniere de remèdier aux defauts, qui s'y pourroient trouver, ſera de faire les manivelles un peu courbées, afinqu'on puiſſe un peu augmenter ou diminuer la levée des piſtons, en fixant les leviers, qui en agirent les tiges, dans un point de la manivelle, ou plus ou moins éloigné de l'axe autour duquel la manivelle tourne. Ces changemens ſe pourront aiſément faire ſans rien changer au reſte de la machine, & on ſera ſeur que la machine ſera dans ſon état de perfection, lorsqu'elle marche avec le degré de viteſſe, qui a été déterminé dans les premieres Maximes.

§. XLI. Si la force, qu'on aura choiſie pour mettre la machine en mouvement, eſt variable, de ſorte qu'elle puiſſe devenir, tantôt plus forte, tantôt plus foible, pour que la machine puiſſe toujours agir avec avantage, il y faut employer un aſſés grand nombre de pompes, desquelles on puiſſe en cas faire agir autant qu'on veut, en laiſſant chomer les autres. On réglera alors la machine ſur la plus grande force, à laquelle elle peut-être expoſée, ſuppoſant que toutes les pompes ſoient alors miſes en action. Quand depuis la force devient plus petite, on mettra un plus petit nombre des pompes en action, jusqu'à ce que la machine ſoit capable de marcher avec le juſte degré de viteſſe.

Car

Car, quelque grande que ſoit la force, qui agit actuellement ſur la machine, ſi l'on remarque que la machine va trop lentement, on diminuera le nombre de pompes, jusqu'à ce que ſa viteſſe ſoit réduite à la juſte meſure : on s'appercevra auſſi aiſément, lorsqu'on aura mis en action trop peu de pompes, car alors la machine ira trop vite. Il eſt donc abſolument néceſſaire d'employer un d'autant plus grand nombre de pompes, plus la force, dont on ſe ſert ſera variable; ce qui arrive principalement lorsqu'on veut mettre en mouvement la machine par l'action d'un moulin à vent, dont la force évanouït ſouvent tout à fait Cependant il ne faut pas pour cela, que le nombre des pompes ſoit trop augmenté ; car il n'eſt pas abſolument néceſſaire, que la viteſſe de la machine ſoit préciſément la même, qui a été marquée ; elle en peut différer aſſés conſidérablement, ſans que le déchet, qui en réſulte, devienne ſenſible. Ainſi, même pour le vent, une dixaine ou douzaine de pompes ſera plus que ſuffiſante, pour profiter de tous les degrés du vent ; & ſi l'on ſe ſert de la force des hommes ou des chevaux, il eſt toujours bon d'avoir deux ou trois couples de pompes, afin qu'on puiſſe auſſi employer avec avantage un plus petit nombre d'hommes ou chevaux, qu'on ſe ſeroit propoſé au commencement. Auſſi la force d'un courant d'eau eſt-elle ſouvent aſſés variable pour demander quelques couples de pompes, ou du moins outre les principales quelques petites, qu'on pourra faire jouër ou non, ſelon qu'on le jugera convenable.



PRO-